

ОТЗЫВ

**официального оппонента на диссертацию Р.А. Ковалевского
«Весовые псевдодифференциальные операторы и граничные задачи
для вырождающихся эллиптических и параболических уравнений»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико –
математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные
уравнения, динамические системы и оптимальное управление.**

Краевые задачи для вырождающихся эллиптических и параболических уравнений используются при описании математических моделей самых разных стационарных процессов в неоднородных анизотропных средах. Достаточно глубокий анализ таких моделей связан с разработкой новых методов исследования краевых задач для вырождающихся эллиптических и параболических уравнений. Краевые задачи для вырождающихся уравнений относятся к «неклассическим» задачам математической физики. Основная трудность, возникающая в теории вырождающихся эллиптических уравнений, связана с влиянием младших (в смысле теории регулярных эллиптических операторов) членов уравнения на постановку граничных задач и их коэрцитивную разрешимость.

Основы такой теории были заложены в фундаментальных работах М. В. Келдыша. Полученные им результаты затем развивались и обобщались О. А. Олейник, С.Г. Михлиным, М.И. Вишиком, Дж. Коном, Л. Ниренбергом, В.П. Глушко, С.З. Левендорским. Обзор дальнейших достижений достаточно полно изложен в рассматриваемой диссертации.

Главной целью диссертации является получение априорных оценок и доказательство теорем существования решений граничных задач в полупространстве для вырождающихся псевдодифференциальных операторов специального вида, вырождающихся эллиптических уравнений высокого

порядка с переменными коэффициентами, начально – краевых задач для вырождающихся параболических уравнений высокого порядка с переменными коэффициентами в случае вырождения по пространственной переменной. Автором диссертации разработаны и эффективно применены новые методы получения коэрцитивных априорных оценок и доказательства существования решений краевых задач в полупространстве и полосе для эллиптических уравнений с вырождением. Эти методы основаны на использовании свойств нового класса псевдодифференциальных операторов, определенных с помощью специального интегрального преобразования F_α . Такие псевдодифференциальные операторы были введены и исследованы в рассматриваемой диссертационной работе.

Сказанное выше указывает на актуальность темы диссертации Р.А. Ковалевского и ее научную важность.

Остановимся более подробно на содержании диссертации.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, содержится обзор литературы по теме диссертации и формулируются основные результаты.

Первая глава диссертации посвящена исследованию весовых псевдодифференциальных операторов с переменным символом, зависящим от комплексного параметра. Наиболее важные результаты этой главы: формулы и оценки коммутаторов весовых псевдодифференциальных операторов и операторов дифференцирования, теоремы о предельных при $t \rightarrow +0$ и при $t \rightarrow +\infty$ значениях весовых псевдодифференциальных операторов, теоремы об ограниченности и композиции таких операторов, аналог неравенства Гординга для весовых псевдодифференциальных операторов.

Во второй главе диссертации устанавливаются коэрцитивные априорные оценки решений граничных задач в полупространстве для вырождающихся псевдодифференциальных уравнений, которые представляют собой сумму весового псевдодифференциального оператора с переменным символом, зависящим от комплексного параметра и оператора дифференцирования.

Априорные оценки получены в специальных весовых пространствах типа пространств С.Л. Соболева.

В третьей главе диссертации строятся регуляризаторы граничных задач, рассмотренных в главе 2, и доказываются теоремы о существовании и единственности решений этих краевых задач.

В четвертой главе диссертации устанавливается коэрцитивная априорная оценка решения общей граничной задачи для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка. Здесь предложен оригинальный метод доказательства априорных оценок, основанный на построении разделяющего оператора. Этот метод позволяет свести при доказательстве априорных оценок случай общих краевых условий к случаю однородных условий Дирихле. Использование этого метода позволило сформулировать условие дополненности в алгебраической форме.

В главе 5 построен регуляризатор общей граничной задачи для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка, коэффициенты которого зависят от комплексного параметра. При дополнительных условиях доказана теорема о существовании и единственности решения такой задачи.

В главе 6 получена априорная оценка решения начально – краевой задачи для вырождающегося параболического уравнения высокого порядка с переменными коэффициентами. Рассматривается случай вырождения по пространственной переменной.

В качестве замечаний отмечу следующие опечатки:

- 1) в оценке (1.1.14) на странице 30 под знаком интеграла следует вместо $|g_N(p, \tau, x - y, y)dy|$ использовать выражение $|g_N(p, \tau, x - y, y)|dy$;
- 2) в правой части равенства (4.1.14) на странице 119 вместо c_{kl} следует писать c_{k-l} .

Замечания имеют редакционный характер и не меняют хорошее впечатление от диссертационной работы.

Диссертационная работа Р.А Ковалеского представляет собой законченное исследование, в котором развиты и обоснованы новые

